

# Duration und Zinselastizität im Rentenmanagement

Hartmut Walz / Dieter Gramlich

Ansätze zum Management von Zinsänderungsrisiken auf Basis der Kennzahl »Duration« stehen zunehmend im Mittelpunkt finanzwirtschaftlicher Interessen und wurden ausschnittsweise auch in dieser Zeitschrift bereits vorgestellt.<sup>1</sup> Die folgenden Ausführungen ergänzen die Diskussion in mehrfacher Hinsicht. Sie zeigen die Verbindung zwischen Duration und Zinselastizität auf und erläutern Einsatzbereiche der Parameter im Rentenmanagement. Mit der konkreten Darstellung der Zinsimmunsierung anhand eines realitätsnahen Rentenportefeuilles stellen die Autoren<sup>2</sup> ein zentrales Anwendungsfeld der Duration im Bereich des Portfolio-Managements dar.

Die verstärkte Zinsvolatilität stellt zunehmend auch solche Anleger vor Probleme, die in traditionell als relativ risikoarm eingeschätzte festverzinsliche Wertpapiere investieren. Insbesondere die durch Marktzinssteigerungen induzierten Kursverluste bereits umlaufender Rentenwerte motivieren Investoren zur Suche nach risikovermeidenden oder -kompensierenden Anlagestrategien. Dies gilt vor allem für institutionelle Anleger, bei denen zinsinduzierte Kursverluste, sofern die Wertpapiere im betrieblichen Umlaufvermögen gehalten werden, zu bilanzwirksamen Abschreibungen und damit zu einer Minderung des ausgewiesenen Gewinns führen.

Vor diesem Hintergrund haben in jüngerer Zeit, neben verschiedenen derivativen Kapitalmarktinstrumenten der Zinssteuerung (z. B. Zinsoptionen, Zinsfutures), auch Kennzahlen verstärkte Beachtung gefunden, die eine Erfassung und Gestaltung von Zinsänderungsrisiken ermöglichen. Hierzu zählen insbesondere Duration und Zinselastizität.

Stellt man auf mögliche Ziele beim Einsatz von Duration und Zinselastizität ab, so können diese beiden Maße für die Zinsempfindlichkeit von Finanzanlagen einerseits dazu verwandt werden, auf die zukünftige Veränderung der Kapitalmarktzinsen möglichst wirkungsvoll zu spekulieren. Sie lassen sich andererseits aber auch zur Begrenzung der Zinsänderungsrisiken von Rentenanlagen einsetzen.<sup>3</sup>

Hierbei ist zu unterscheiden, ob als Bezugsbasis für die Bewertung des Zinsänderungsrisikos ein gegenwärtiger (= barwertorientierte Messung) oder ein zukünftiger Zeitpunkt (= endwertorientierte Messung) gewählt wird.<sup>4</sup> Das barwertorientierte, gegenwärtige Risiko drückt sich in Kursverlusten von Wertpapieren aus.

Werden die Wertpapiere als Dispositionsreserve im Liquiditätsmanagement gehalten, so behindert ein gesunkener Kurs deren Monetarisierbarkeit. Soweit man eine endwertorientierte Betrachtung anstellt, ergibt sich als Problem von Zinsänderungen, daß ein ursprünglich für das Ende der Anlagezeit geplantes Anlageziel nicht mehr realisierbar ist.

Als Gegenstand der Risikosteuerung kommen grundsätzlich gleichermaßen Einzelanlagen wie auch Anlagemischungen in Frage. Außerhalb des Aktiv-Managements, an dem sich auch die folgenden Überlegungen orientieren, ergeben sich weitere Einsatzfelder im Bereich des Passiv-Managements<sup>5</sup> sowie des Aktiv-/Passiv-Managements (vgl. Abbildung 1). Auf diese wird im Rahmen des Beitrags jedoch nicht näher eingegangen.

## Duration

Die Kennziffer »Duration« zielt auf die Zeitpunkte ab, zu denen Mittelrückflüsse aus einer Anlage an den Investor erfolgen. Nach einer zuerst von Macaulay im Jahre 1938 gewonnenen Erkenntnis<sup>6</sup> hängt das Ausmaß des Zinsänderungsrisikos einer Anlage von der Zeitdauer ab, die die in der Anlage gebundenen Zahlungen im gewichteten Mittel benötigen, um letztlich zurückgeflossen zu sein. Von zwei ertragswertgleichen<sup>7</sup> Anlagemöglichkeiten ist diejenige weniger risikogefährdet, bei der die Rückzahlungen – insgesamt betrachtet – eher erfolgen.

Beispiel: Ein Investor kann 100 000 DM in ein Wertpapier mit fester Verzinsung (Kuponanleihe zu 8 Prozent) oder in einen Zerobond mit einer Rendite von ebenfalls 8 Prozent anlegen. Beide Papiere besitzen eine (Rest-) Laufzeit von 3 Jahren.

Wertpapier	Zahlungszeitpunkte			
	t <sub>0</sub>	t <sub>1</sub>	t <sub>2</sub>	t <sub>3</sub>
Kuponanleihe	-100 000	+ 8 000	+ 8 000	+ 108 000
Zerobond	-100 000	0	0	+ 125 970

Zieht man als Kalkulationszinsfuß den aktuellen Kapitalmarktzins von 8 Prozent heran, so ist der Ertragswert beider Anlagen gleich. Nach der Überlegung von Macaulay besitzt jedoch die Kuponanleihe ein geringeres zinsinduziertes Kursrisiko, da der Investor hier bereits früher wieder über Teile der Investitionssumme (nämlich die bereits rückgeflossenen Zinszahlungen) verfügen kann.

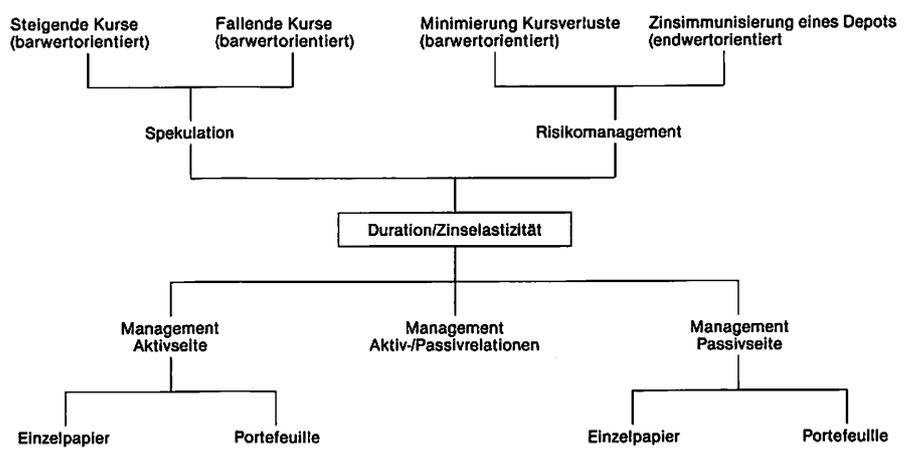
An diesem Beispiel ist auch erkenntlich, daß die Duration als Maß für die Dauer einer Mittelbindung besser geeignet ist, als die Laufzeit eines Papiers. Sie erfaßt nämlich auch Zins- und vorgezogene Tilgungszahlungen, d. h. Rückflüsse, die bereits während der Laufzeit erfolgen.<sup>8</sup>

Die Duration (durchschnittliche Kapitalbindungsdauer, ökonomische Laufzeit, durchschnittliche Selbstliquidationsperiode oder mittlere Restbindungsdauer) bezeichnet denjenigen Zeitraum, den die Zahlungen aus einem Investitions-/Finanzierungsprojekt im gewogenen Durchschnitt bis zum Rückfluß benötigen. Die Duration gibt somit Auskunft über die mittlere Fälligkeit der Zahlungen eines Projektes. Sie wird nach folgender Formel errechnet:

$$D = \frac{\sum_{t=1}^n t \cdot R_t \cdot (1+i)^{-t}}{\sum_{t=1}^n R_t \cdot (1+i)^{-t}}$$

wobei  
 R<sub>t</sub> = Rückfluß im Zeitpunkt t  
 t = Zeitindex (1 ≤ t ≤ n)  
 n = letztes Jahr, in dem das Projekt Zahlungen verursacht  
 i = Kalkulationszins / Marktzins  
 D = Duration

Abbildung 1: Einsatzmöglichkeiten von Duration und Zinselastizität



Die Vorgehensweise bei der Berechnung der Duration soll an einem Beispiel verdeutlicht werden. Dem Beispiel liegen die Zahlungen aus der oben erwähnten Kuponanleihe zugrunde:

Im 1. Schritt werden die Barwerte aller zukünftigen Zahlungen ermittelt und zum Ertragswert der Zahlungsreihe addiert (Abzinsungsfaktor = 8 Prozent):<sup>9</sup>

Zahlung in t <sub>1</sub> :	8 000 × 0,9259 =	7 407,2
Zahlung in t <sub>2</sub> :	8 000 × 0,8573 =	6 858,4
Zahlung in t <sub>3</sub> :	108 000 × 0,7938 =	85 730,4

Die Summe beläuft sich auf: 99 996, -

Dieses Ergebnis war im vorliegenden Fall zu erwarten, da der Ertragswert eines achtprozentigen Wertpapiers bei einem Kalkulationszinsfuß von 8 Prozent mit dem Nennwert (hier: 100 000 DM) identisch sein muß. Die geringfügige Abweichung in Höhe von 4,- DM ergibt sich aus Rundungsdifferenzen der Abzinsungsfaktoren.

Im 2. Schritt werden die einzelnen Barwerte jeweils mit der Anzahl von Perioden (z. B. Tage, Monate, Jahre) multipliziert, die noch verstreichen, bis die Zahlung eintritt, und die Produkte ebenfalls addiert:

Zahlung in t <sub>1</sub> :	7 407,2 × 1 =	7 407,2
Zahlung in t <sub>2</sub> :	6 858,4 × 2 =	13 716,8
Zahlung in t <sub>3</sub> :	85 730,4 × 3 =	257 191,2

Summe gewichteter Barwerte = 278 315,2

Dividiert man im 3. Schritt den wartezeitgewichteten Ertragswert durch den einfachen Ertragswert der Zahlungsreihe, so ergibt sich die durchschnittliche Kapitalbindungsdauer. Diese lautet auf das der Rechnung zugrundegelegte Zeitmaß (z. B. Jahre).

$$278\,315,2 : 99\,996 = 2,78 \text{ (Jahre)}$$

Die in der Kuponanleihe angelegten Gelder weisen also im Mittel eine Bindungsdauer von 2,78 Jahren auf; d. h. das Zinsänderungsrisiko der betrachteten Investition entspricht dem einer Anlage, bei der die Zins- und Tilgungszahlungen in einem Betrag nach 2,78 Jahren fällig sind.

### Zinselastizität

Die Zinselastizität von Wertpapieren ist ebenfalls ein Indikator für die Intensität, mit der die Kurse dieser Papiere auf Änderungen des Marktzinssatzes reagieren. Diese dimensionslose Kennziffer informiert über relative Wertveränderungen, d. h. sie gibt für Änderungen des Marktzinsses  $i$  im Verhältnis zum Ausgangszinnsniveau den Umfang der dazugehörigen relativen Kurs-(Ertragswert-)änderung – wiederum bezogen auf das ursprüngliche Ertragswertniveau – an.

$$\text{Zinselastizität } E = \frac{\Delta \text{EW} / \text{EW}}{\Delta i / i} \text{ oder: } \frac{\Delta \text{EW} \times i}{\Delta i \times \text{EW}}$$

Die Berechnung der Zinselastizität wird im folgenden für die obige Kuponanleihe beispielhaft vorgenommen:

$$\begin{aligned} \text{Ertragswert bei } i = 8\% &= 100\,000 \\ \text{Ertragswert bei } i = 8,2\% &= 99\,486 \\ \Delta \text{EW} &= 100\,000 - 99\,486 = 514 \\ \Delta i &= 8\% - 8,2\% = -0,2\% \\ \text{Zinselastizität } E &= \frac{\Delta \text{EW} / \text{EW}}{\Delta i / i} = \frac{514 / 100\,000}{-0,2\% / 8\%} \\ &= \frac{0,00514}{-0,025} = -0,2056 \end{aligned}$$

Die durchschnittliche Zinselastizität<sup>10</sup> beträgt im betrachteten Abschnitt  $-0,2056$ . Der Umfang der relativen Ertragswertänderung macht also zirka ein Fünftel des Umfangs der zugrundeliegenden relativen Zinsänderung aus. Das negative Vorzeichen besagt lediglich, daß die Zähler und Nenner sich gegenläufig bewegen, d. h. die Kurse bei steigenden Zinsen fallen und umgekehrt. Depotmanager stellen anhand der Ausprägung der Elastizität Portefeuilles zinsoffensiv oder zinsdefensiv zusammen. Ihre Erfahrung erlaubt es, anhand der Elastizitätswerte die betragsmäßig erwartbaren Kurseffekte einfach abzuschätzen, ohne diese jeweils konkret berechnen zu müssen.

**Abbildung 2: Duration und Zinselastizität ausgewählter Wertpapierarten auf Basis eines Kalkulationszinssatzes von 8%**

Wertpapierart	Laufzeit bzw. Restlaufzeit	Duration (in Jahren)	Elastizität
Kuponanleihe 7 Prozent nom.	1 Jahr	1,00	0,0741
Kuponanleihe 8 Prozent nom.	3 Jahre	2,78	0,2033
Kuponanleihe 9 Prozent nom.	5 Jahre	4,26	0,3152
Kuponanleihe 8 Prozent nom.	5 Jahre	4,31	0,3193
Kuponanleihe 8 Prozent nom.	10 Jahre	7,24	0,5363
Kuponanleihe 5 Prozent nom.	10 Jahre	7,84	0,5807
Zerobond (8 Prozent) effekt.	3 Jahre	3,00	0,2222
Zerobond (10 Prozent) effekt.	20 Jahre	20,00	1,4815
Floating Rate Note (3monatige Zinsanpassung)		0,25 <sup>12</sup>	0,0185
Perpetual 5 Prozent	-	13,5	0,9629

**Abbildung 3: Kursnotizen<sup>16</sup> der ausgewählten Wertpapierformen**

Wertpapier	A	B	C	D	E
Titel	Kupon: 7 Prozent	Zero: -	Kupon: 8 Prozent	Kupon: 9 Prozent	Kupon: 8 Prozent
Laufzeit	1 Jahr	3 Jahre	3 Jahre	5 Jahre	10 Jahre
Kursnotiz Ende 1990	99,53	79,83	100,00	101,98	93,50

**Abbildung 4: Zahlungsreihen bei einem Anlagebetrag von 100 Mill. DM – Angaben in Mill. DM;  $t_0$  = Ende 1990,  $t_1$  = Ende 1991,  $t_2$  = Ende 1992, ...**

	$t_0$	$t_1$ 1991	$t_2$ 1992	$t_3$ 1993	$t_4$ 1994	$t_5$ 1995	$t_6 - t_9$ 1996 - 1999	$t_{10}$ 2000
A	- 100	107,5	-	-	-	-	-	-
B	- 100	-	-	125,27	-	-	-	-
C	- 100	8,0	8,0	108,0	-	-	-	-
D	- 100	8,825	8,825	8,825	8,825	106,88	-	-
E	- 100	8,55	8,55	8,55	8,55	8,55	8,55	115,51

Das Beispiel verdeutlicht zudem die Anwendungsbequemlichkeit der Elastizitätskennziffer. Sie ermöglicht es, in einem einzigen Rechengang – ausgehend vom zugrundegelegten Zinsniveau und dem hieraus resultierenden Ertragswert einer Anlage – die Konsequenzen unterschiedlicher Zinsentwicklungen (z. B. im Rahmen einer Szenarioanalyse) abzuschätzen, indem die obige Formel nach der Veränderung des Ertragswertes aufgelöst wird. Wollte man Kursgewinne oder -verluste ohne Verwendung der Zinselastizität ermitteln, so müßte man für jedes Szenario den Ertragswert jeweils vollständig neu berechnen. Dies wäre insbesondere bei Wertpapieren mit einer Vielzahl von Zins- und Tilgungszahlungen erheblich aufwendiger und würde in Situationen, in denen unter großem Zeitdruck und ohne entsprechende EDV-Infrastruktur Entscheidungen gefällt werden müssen, zu Nachteilen führen.

Die Einsatzmöglichkeiten der Zinselastizität werden dadurch erweitert,

daß sie in unmittelbarem Zusammenhang mit der Kennzahl Duration steht und aus dieser leicht errechnet werden kann, indem man die Duration mit dem (nur von der Höhe des Kapitalmarktzinssatzes  $i$  abhängigen) Faktor  $i / (1 + i)$  multipliziert:<sup>11</sup>

$$\text{Zinselastizität} = \text{Duration} \times \frac{i}{1 + i}$$

Abbildung 2 gibt einen Überblick über die Duration und die Elastizitätswerte ausgewählter Kuponanleihen, Zerobonds, einem Floater und einem Perpetual<sup>12</sup> bei einem Marktzinnsniveau von 8 Prozent.

### Zinsimmunisierung

Die deutschsprachige Fachliteratur enthält kaum Beiträge zur Problemstellung, wie das mit einem Rentenportefeuille erzielbare Anlageergebnis gegenüber Schwankungen des Marktzinssatzes unempfindlich gemacht werden kann (= Zinsimmunisierung).<sup>14</sup> Im folgenden soll deshalb

**Abbildung 5: Portfeuillebildung unter Beachtung einer gewünschten Durchschnittsduration**

$$\sum_{i=1}^I a_i \cdot D_i + \sum_{j=1}^J a_j \cdot D_j = AZ$$

Unter den Bedingungen:

1.  $I \geq 1$  (Existenz mindestens einer Anlageform mit einer Duration, die geringer als der Anlagezeitraum ist)
2.  $J \geq 1$  (Existenz mindestens einer Anlageform mit einer Duration, die länger als der Anlagezeitraum ist)
3.  $0 \leq a_i, a_j \leq 1$
4.  $\sum_{i=1}^I a_i + \sum_{j=1}^J a_j = 1$

Legende: AZ = (gewünschter) Anlagezeitraum

D = Duration

a = Anteil eines Wertpapiers am Portfeuille

i = Laufindex eines Wertpapiers mit  $D < AZ$

j = Laufindex eines Wertpapiers mit  $D > AZ$

**Abbildung 6: Ermittlung der renditemaximalen Portfeuillestruktur unter Beachtung einer vorgegebenen Portfeuille-Duration**

$$R^* = \sum_{i=1}^I a_i \cdot r_i + \sum_{j=1}^J a_j \cdot r_j \rightarrow \max$$

unter den Nebenbedingungen:

1.  $\sum_{i=1}^I a_i \cdot D_i + \sum_{j=1}^J a_j \cdot D_j = AZ$
2.  $I \geq 1, J \geq 1$
3.  $0 \leq a_i, a_j \leq 1$
4.  $\sum_{i=1}^I a_i + \sum_{j=1}^J a_j = 1$

Legende:  $R^*$  = Rendite des Gesamtportfeuillees

$r_i$  = Rendite eines Wertpapiers mit  $D < AZ$

$r_j$  = Rendite eines Wertpapiers mit  $D > AZ$

der Fall einer angestrebten Zinsimmunisierung für ein Rentenportfeuille im Gegenwartswert von 100 Mill. DM dargestellt werden. Als Anlagealternativen werden fünf der Wertpapiere betrachtet, die in Abbildung 2 vorgestellt wurden.<sup>15</sup>

Der vom Investor zugrundegelegte Kalkulationszins (der sich beispielsweise an der auf dem Kapitalmarkt mindestens erzielbaren Rendite orientiert) beträgt 8 Prozent. Die Kursnotizen der fünf betrachteten Wertpapiere A bis E zum Ende des Jahres 1990 ( $t_0$ ) sind in Abbildung 3 wiedergegeben. Bezieht man die Kurse auf den verfügbaren Anlagebetrag von 100 Mill. DM, so ergeben sich die in Abbildung 4 dargestellten Zahlungsreihen.

Zinsimmunisierung eines Portfeuillees bedeutet, den erwarteten Gesamtanlageerfolg aus dem Portfeuille, unabhängig von Zinsänderungen, zu erreichen. Zu einem bestimmten, vom Anleger vorgegebenen zukünftigen Zeitpunkt, soll der Wert des Portfeuillees sicher vorhersehbar sein. Die Duration bezeichnet nun genau den Zeitraum, an dessen Ende der Ertrag aus einer Wertpapieranlage (oder einem Portfolio aus Rentenwerten) zinsimmun ist.

Um die Portfeuilleeduration zu ermitteln, muß das mit den Anlagenanteilen gewichtete arithmetische Mittel der Duration der Einzeltitel ermittelt werden. Hierfür ist es erforderlich, die Durationen der im Portfeuille vorhandenen Wertpapierarten zu bestimmen. Die Einzeldurationen sind gemäß ihrem prozentualen Anteil am

Gesamtwert des Portfeuillees zu gewichten. Der Anleger muß nun sein Portfeuille so zusammenstellen, daß dessen durchschnittliche Kapitalbindungsdauer dem gewünschten Anlagehorizont entspricht. Ist diese Bedingung erfüllt, so ist das Gesamtportfeuille gegenüber Zinsänderungen stabil, d. h. es existiert kein Zinsänderungsrisiko.

Die Erklärung für die Stabilität des geplanten Wertpapier- bzw. Portfeuillewertes ergibt sich, wenn man die beiden Komponenten betrachtet, aus denen der Anlageerfolg resultiert.<sup>17</sup> Zum einen tritt ein möglicher Kursgewinn bzw. -verlust derjenigen Wertpapiere auf, die am Ende des Planhorizontes noch nicht endfällig sind. Zum anderen entsteht ein Ertrag aus der Wiederanlage der erhaltenen Zinsen sowie der Tilgungszahlungen derjenigen Wertpapiere, die bereits vor Ende des Planhorizontes endfällig wurden. Grundsätzlich verhalten sich beide Erfolgskomponenten gegensätzlich und heben sich dann genau auf, wenn die durchschnittliche Portfeuilleeduration mit dem Anlagehorizont in Übereinstimmung gebracht worden ist. Aus diesem Grund ist der Wert des Gesamtportfeuillees zu diesem Zeitpunkt zinsstabil.<sup>18</sup>

Eine triviale Möglichkeit, die genannte Bedingung für eine Zinsimmunisierung zu erfüllen, besteht darin, nur Titel zu erwerben, deren Duration (nicht Laufzeit!) mit dem Planhorizont übereinstimmt. In diesem Fall wäre die Auswahlmöglichkeit an geeigneten Anlagemedien für den Anleger allerdings sehr begrenzt. Der Investor wird des-

halb so vorgehen, daß er Wertpapiere mit – in bezug auf den Anlagezeitraum – längerer und kürzerer Duration derart kombiniert, daß die Duration des Gesamtportfeuillees mit dem gewünschten Planhorizont übereinstimmt. Die Bedingung »Duration = Anlagezeitraum« muß folglich lediglich für das Gesamtportfeuille erfüllt sein.

Kursverluste (Kursgewinne) der längerlaufenden Titel aufgrund gestiegener (gesunkener) Marktzinsen werden genau durch den höheren (niedrigeren) Zinsertrag bei der Wiederanlage der vor dem Planhorizont fällig gewordenen Titel kompensiert. Der auf einem Personalcomputer einfach programmierbare Rechenalgorithmus für die Kombination ist Abbildung 5 zu entnehmen.

Im betrachteten Beispiel wünscht der Investor einen Anlagezeitraum von vier Jahren – z. B., weil er das Kapital nach diesem Zeitpunkt benötigt. Der Finanzmanager stellt folglich ein Portfeuille zusammen, dessen durchschnittliche Duration vier Jahre beträgt. Dies ist dadurch möglich, daß Wertpapiere mit einer Duration von unter vier Jahren (Papiere A, B, C) entsprechend mit Anlagen gemischt werden, deren Duration über vier Jahre liegt (Papiere D, E).

Die Bedingung, zum Ende des geplanten Anlagezeitraums (Ende 1994) zinsstabil zu sein, ist jedoch nur eine Anforderung des Finanzmanagers an das Portfeuille. Das auszuwählende Portfeuille mit der gewünschten Duration soll Ende 1994 zugleich den, auf Grundlage der im Entscheidungszeitpunkt vorhandenen alternativen,

**Abbildung 7: Rendite und Duration der Wertpapieralternativen**

Wertpapier	A	B	C	D	E
Interne Rendite	7,5%	7,8%	8,0%	8,5%	9,0%
Duration (Jahre)	1,0	3,0	2,78	4,26	7,24

höchstmöglichen Endwert aufweisen. Zur Entscheidungsfindung wird folglich zusätzlich ein Ertragskriterium benötigt. Da der Kapitalbindungsbetrag der Finanzanlage mit 100 Mill. DM unabhängig von der gewählten Portfeuillestruktur ist, kann die Ertragsmaximierung über das Kriterium der internen Rendite ( $r$ ) verfolgt werden. Das Problem läßt sich daher, wie in Abbildung 6 dargelegt, formulieren.

Zur Berechnung werden die Renditen der fünf Anlagevarianten festgestellt, was mittels der Internen-Zinsfuß-Rechnung unter Zuhilfenahme des Strahlensatzes oder des Newtonschen Verfahrens einfach möglich ist.<sup>19</sup> Es ergibt sich die Aufstellung der Varianten in Abbildung 7, aus der auch die Kapitalbindungsdauer erkennbar ist.

Durch eine einfache Überlegung läßt sich allerdings vorab das Wertpapier B aus dem Alternativraum ausschließen: Wertpapier C besitzt bei höherer Rendite eine geringere Duration als Papier B. Eine Beimischung von C vermag bei höherer Rendite also stärker die Duration des Gesamtportfeuille zu senken. Dadurch kann der Finanzmanger vermehrt renditestarke Papiere mit höherer Duration (insbesondere Papier E) in das Portfeuille aufnehmen, ohne die Bedingung Anlagezeitraum = Duration zu verletzen. Das renditeoptimale Portfeuille enthält daher die Anlage B nicht.

Die Rendite des Portfeuille ergibt sich als Linearkombination der Renditen der aufgenommenen Einzelpapiere. Das Portfeuille muß dabei stets sowohl Papiere mit einer Lauf-

**Abbildung 8: Struktur und Rendite von Portfeuille mit gleicher Duration**

Kombination	AD	AE	CD	CE
Anteile	a = 0,0797 d = 0,9203	a = 0,5192 e = 0,4808	c = 0,1756 d = 0,8244	c = 0,7264 e = 0,2736
Duration	4 Jahre	4 Jahre	4 Jahre	4 Jahre
Rendite	$r_{AD} = 8,42\%$	$r_{AE} = 8,22\%$	$r_{CD} = 8,41\%$	$r_{CE} = 8,27\%$

zeit kleiner als die Duration ( $LZ < D$ ) und auch Papiere mit einer Laufzeit größer als die Duration ( $LZ > D$ ) enthalten. Aufgrund der Linearität der Zielfunktion kann das renditeoptimale Portfeuille nur aus zwei Wertpapieren bestehen: Ein renditestarkes Wertpapier mit ( $AZ < D$ ) wird so mit nur einem anderen Wertpapier ( $AZ > D$ ) kombiniert, daß bei Erfüllung der Durationsbedingung die Gesamrendite maximiert ist.

Im Beispielsfall müssen folglich lediglich die Kombinationen der Anlagen A oder C einerseits mit Anlagen D oder E andererseits auf die erzielbare Durchschnittsrendite hin überprüft werden. Die Vorgehensweise wird am Beispiel der Kombination der Wertpapiere A und D exemplarisch dargestellt.

In einem ersten Schritt sind die relativen Anteile der Einzelanlagen zu ermitteln, um die gewichtete Kapitalbindungsdauer von vier Jahren zu gewährleisten. Hierzu wird der Portfeuilleanteil von Wertpapieranlage A als  $a$  und der entsprechende Anteil für D als  $d = (1 - a)^{20}$  gesetzt:

$$a \times 1 + (1 - a) \times 4,26 = 4$$

$$3,26a = 0,26$$

$$a = 0,0797; d = (1 - a) = 0,9203$$

Die Mischung muß also zu einem Anteil von 0,0797 aus Wertpapier A und zu einem Anteil von 0,9203 aus Papier D bestehen. In einem zweiten Schritt kann nun die gewogene Rendite  $r_g = r_{AD}$  des im obigen Verhältnis zusammengestellten Portfeuille ermittelt werden. Es ergibt sich:

$$r_{AD} = 0,0797 \times 7,5\% + 0,9203 \times 8,5\% = 8,42\%$$

In identischer Weise werden für die weiteren Portfeuillekombinationen die Anteile der Einzelanlagen sowie die sich hieraus ergebenden Durchschnittsrenditen ermittelt (Abb. 8). Im abschließenden Vergleich erweist sich – bei einer Duration von 4 Jahren – die Portfeuille-Kombination AD als am renditestärksten.

### Beurteilung und Anwendungsgrenzen

Duration und Zinselastizität stellen effizient einsetzbare Instrumente zum Management von Rentenportfeuille dar. Sie erlauben es, die Konsequenzen von beliebig angenommenen Zinsänderungen zu quantifizieren und zu bewerten. Strategien zur Begrenzung von Zinsänderungsrisiken und zur spekulativen Ausnutzung von Zinsschwankungen sowie zur Endwertimmunsierung von Rentenportfeuille lassen sich mit ihrer Hilfe formulieren.

Beide Kennziffern beschreiben jedoch lediglich die Intensität eines Ursache-Wirkungs-Zusammenhanges. Um diese Information zielgerecht einsetzen zu können, benötigt der Investor zusätzlich eine Zinsprognose.

Während eine weitgehende Zinsimmunsierung von Rentenportfeuille mit der oben dargestellten Vorgehensweise gut realisierbar ist, stehen dem Idealfall einer vollkommenen Immunsierung jedoch folgende Schwierigkeiten entgegen:

- Die auf Basis von Duration und Zinselastizität ermittelten Ergebnisse gelten ausschließlich für das der

Rechnung zugrundegelegte Zins- und Fristenszenarium. Beispielsweise hängt die Duration einer Anlage vom gewählten Kalkulationsniveau ab (hierfür kann z. B. die Umlaufrendite festverzinslicher Wertpapiere dienen). Aus der Formel läßt sich ersehen, daß die Duration ceteris paribus umso kleiner ist, je höher der Kalkulationszinsfluß ist. Ändert sich der Marktzins, so ist prinzipiell die Duration neu zu berechnen.

- Zinselastizitäten sind exakterweise nur für eine infinitesimal kleine Veränderung des Zinsniveaus definiert (Punktlastizität). Wendet man sie – wie in der Praxis üblich – an, um damit auch die Konsequenzen stärkerer Zinsänderungen (z. B. 0,3 Prozent- oder 0,5 Prozentpunkte) zu kalkulieren, so ergeben sich hieraus Ungenauigkeiten. Dies macht jedoch die Kennziffern nicht nutzlos, da das Ausmaß der Ungenauigkeit von versierten Wertpapieranalysten abgeschätzt werden kann und der Abweichungsfehler stets in die gleiche Richtung weist. So wird beispielsweise das durch eine Zinssteigerung ausgelöste Kursrisiko, das auf Basis der Duration und Zinselastizität ermittelt wurde, stets tendenziell zu hoch beziffert.

- Ebenfalls zur Übersicherung des Kursrisikos (overhedging) führt das auf den Kapitalmärkten meist beobachtbare Phänomen einer positiven Zinsstrukturkurve (vgl. Abbildung 9). Wertpapiere hoher Restlaufzeiten weisen meist größere Renditen als solche kurzer Restlaufzeiten auf, wodurch sich im Zeitablauf mit Verkürzung der Restlaufzeit ceteris paribus systematische Kursverbesserungen ergeben<sup>21</sup> (Zinsstrukturkureffekt).

- Eine vollkommene Zinsimmunisierung durch Kompensation von Kurs- und Wiederanlageeffekten wird nur erreicht, wenn eine Zinsänderung unmittelbar nach dem Wertpapiererwerb (d. h. noch vor Wiederanlage der ersten Zinszahlung) eintritt und das

geänderte Zinsniveau anschließend erhalten bleibt. Soweit innerhalb des Anlagezeitraums jedoch das Zinsniveau häufiger wechselt und damit unterschiedliche Bedingungen für die Wiederanlage von Rückflüssen sowie bei der Veräußerung von Wertpapieren herrschen, ist die vollkommene Immunisierung nur durch kurzzyklische Umschichtung zu erreichen. Beim Verzicht auf die Anpassung des Portefeuilles an geänderte Zinssätze können sich begrenzte Abweichungen vom errechneten Endwert nach unten oder oben ergeben.

- Eine vollkommene Wertabsicherung kann zudem durch zufällige Marktungleichgewichte, z. B. aufgrund von Verzerrungen der Bewertung von Rententpapieren sowie aufgrund bonitätsbedingter Verschiebungen, verhindert werden.

- Sofern im Portefeuille unterschiedliche Wertpapierarten (z. B. Zerobonds und Kuponanleihen) enthalten sind, sinkt die Portefeuilleduration im Zeitablauf nicht parallel zur gewünschten Restanlagedauer. Folglich ist für eine vollkommene Zinsimmunisierung in bestimmten Intervallen die Neuberechnung und entsprechende Umschichtung des Portefeuilles nötig, wodurch zusätzlicher Aufwand, insbesondere Transaktionsaufwand anfällt.

Bei der praktischen Anwendung von Duration und Zinselastizität verzichtet man deshalb meist darauf, Zinsänderungsrisiken hundertprozentig abzusichern und begnügt sich mit einem unvollkommenen (aber weitreichenden) Zinshedging gemäß der oben dargestellten Vorgehensweise. In der Regel können nämlich auch durch unvollständige Hedging-Operationen befriedigende Ergebnisse erzielt werden<sup>22</sup>. Das bedeutet, daß nicht jede Zinsänderung zu einer Umschichtung des Portefeuilles führt; eine Neuberechnung der beiden Kennziffern mit ihren Konsequenzen ist nur noch bei ausgeprägten Zinsänderungen er-

forderlich. Vor diesem Hintergrund sind Duration und Zinselastizität als für das Portfoliomanagement gut geeignete, leicht anwendbare und robuste Analyseinstrumente zu bewerten.

<sup>1</sup> Vgl. Brammertz, W./Burger, W.: Duration im Asset & Liability Management, in: Die Bank 6/1990, S. 323 – 328; Eller, R./Kempfle, W.: Die Finanzkennzahl »Duration« in der Anlageberatung, in: Die Bank 12/1989, S. 675 – 679.  
<sup>2</sup> Dipl.-Kfm. Harmut Walz ist als Professor an der Berufsakademie Mannheim tätig. Dr. Dieter Gramlich lehrt als Professor an der Berufsakademie Heidenheim.  
<sup>3</sup> Vgl. Brammertz, W./Burger, W. (1990), S. 328.  
<sup>4</sup> Vgl. Walz, H./Gramlich, D.: Zinsrisikomanagement von Rentenportefeuilles, in Anlagepraxis 3/1991, S. 28 – 31.  
<sup>5</sup> Hierzu gehören beispielsweise Überlegungen zur Strukturierung der Fristigkeit von Verbindlichkeiten.  
<sup>6</sup> Vgl. Weil, Roman: Macaulay's Duration: An Appreciation, in: The Journal of Business, 46. Jg. (1973), S. 589 – 592.

<sup>7</sup> Als Ertragswert wird die Summe aller mit dem gegenwärtigen Marktzinssatz abgezinsten künftigen Rückflüsse der Anlage verstanden.

<sup>8</sup> Vgl. Bräutigam, D./Eiler, R.: Die internationalen Bondmärkte, Haar 1980, S. 97.

<sup>9</sup> Die Abzinsungswerte sind aus einer finanzmathematischen Tabelle entnommen. Vgl. Veit, T./Walz, H./Gramlich, D.: Investitions- und Finanzplanung, 3. Auflage, Heidelberg 1990, S. 309 – 312.

<sup>10</sup> Die Zinselastizität von Investitionsprojekten gilt genau genommen stets nur für einen Punkt (= sogenannte Punktlastizität). Bei der hier vorgenommenen endlichen Zinssatzänderung wird also lediglich eine durchschnittliche Elastizität festgestellt.

<sup>11</sup> Vgl. zur mathematischen Herleitung des Zusammenhangs zwischen Duration und Elastizität, Veit, T./Walz, H./Gramlich, D. (1990), S. 122 – 124.

<sup>12</sup> Perpetuals, die auch als »ewige Anleihen« bezeichnet werden, sind Kuponanleihen ohne feste Endfälligkeit. Am deutschen Kapitalmarkt ist diese Wertpapierart nur zulässig, wenn nach Ablauf einer Mindestlaufzeit ein Kündigungsrecht des Anlegers besteht. Hier wurde aus Demonstrationsgründen von der auf ausländischen Kapitalmärkten (insbesondere England und Schweiz) üblichen Ausgestaltung ohne Kündigungsoption ausgegangen.

<sup>13</sup> Um ganz exakt zu sein, müßten beim Floater der konkrete Rückzahlungstermin sowie der Rückzahlungsbetrag einbezogen werden. Es wurde jedoch die maximale Zeitspanne bis zur nächsten Zinsanpassung zugrunde gelegt. Zu diesem Zeitpunkt erfolgt eine Konditionen-anpassung auf das Marktniveau, wodurch zinsinduzierte Kursschwankungen ausgeschlossen werden.

<sup>14</sup> Vgl. allerdings: Kempfle, W.: Duration, Wiesbaden 1990.

<sup>15</sup> Eine Erweiterung der Anzahl betrachteter Anlagealternativen bleibt ohne Auswirkungen auf das Prinzip der Problemlösung.

<sup>16</sup> Hierbel handelt es sich um Marktkurse (nicht etwa rechnerisch ermittelte Ertragswertkurse auf Basis des Kalkulationszinssatzes).

<sup>17</sup> Vgl. Eller, R./Kempfle, W. (1989), S. 677.

<sup>18</sup> Vgl. Bierweg, G. O.: Immunization, Duration and the Term Structure of Interest Rates, in: Journal of Financial and Quantitative Analysis, Vol. 12 (1977), S. 725 – 742.

<sup>19</sup> Vgl. Veit, T./Walz, H./Gramlich, D. (1990), S. 80 – 83

<sup>20</sup> Dies ist möglich, weil sich die beiden Anteile zu 1 ergänzen müssen.

<sup>21</sup> Vgl. zur Zinsstrukturkurve und den darauf aufbauenden Laufzeitstrategien, Walz, H./Weber, T.: Laufzeitbeiträge auf dem deutschen Kapitalmarkt, in: Die Bank 1/1989, S. 16 – 21.

<sup>22</sup> Vgl. insbesondere die Untersuchung von Holzer, C.: Anlagestrategien in festverzinslichen Wertpapieren, Wiesbaden 1990.