

## Musterportfeuille mit Anlagealternativen

# Zinsrisiko-Management von Rentenportfeuillees

Im ersten Teil des Beitrags wurden die Kennziffern Duration und Zinselastizität als Kennzahlen für das relative Zinsänderungsrisiko (Kursrisiko) von Rentenwerten vorgestellt sowie die Einsatzbereiche dieser Parameter für eine offensive bzw. defensive Anlagepolitik aufgezeigt. Hierauf aufbauend wird jetzt die Zinsimmunsierung auf Basis von Duration und Zinselastizität erläutert. Die Autoren Professor Dr. Dieter Gramlich und Dipl.-Kfm. Hartmut Walz erstellen hierzu ein realitätsbezogenes Musterportfeuille auf Basis von fünf Anlagealternativen.

Unter Zinsimmunsierung versteht man den Einsatz geeigneter Maßnahmen, mit denen der für einen bestimmten zukünftigen Zeitpunkt erwartete Ertrag aus der Anlage in ein Rentenportfeuille gesichert wird. Dieser Ertrag soll insbesondere unabhängig von der Entwicklung der Kapitalmarktzinsen erreicht werden. Auf welchen zukünftigen Zeitpunkt die Zinsimmunsierung zu beziehen ist, hängt von der persönlichen Situation des Anlegers ab.

Zumeist plant der Anleger, zu einem bestimmten Termin in der Zukunft die angelegten Mittel einer anderen Verwendung zuzuführen, und möchte zu diesem Zeitpunkt sicher über den angelegten Betrag disponieren können. Die Höhe des erzielbaren und abzusichernden Anlageertrages hängt dabei – ausgehend von einem gegebenen Investitionsbetrag – von den augenblicklichen, also im Moment der Mittelanlage gegebenen Kapitalmarktzinsen ab.

Die im folgenden erläuterte Vorgehensweise auf Basis von Duration und Zinselastizität ist nicht die einzige Möglichkeit der Zinsimmunsierung. Vielmehr besteht auch die Möglichkeit, durch den Abschluß von Fixgeschäften oder den Erwerb derivativer Kapitalmarktinstrumente wie Optionen oder Futures, den gewünschten Effekt zu realisieren. Allerdings gilt die Zinsimmunsierung mit Hilfe der Duration als relativ unkomplizierte und zudem wenig aufwendige Mög-

lichkeit, um eine weitgehende Absicherung zu erreichen.

## Anlagehorizont beachten

In ANLAGEPRAXIS 3/1991 wurde dargestellt, daß ein einzelnes Wertpapier dann zu einem bestimmten zukünftigen Termin zinsimmunsiert ist, wenn gilt: Duration = Anlagehorizont. Darauf aufbauend ist Ausgangspunkt bei der Zinsimmunsierung eines Wertpapierportfeuillees die Überlegung, daß ein in der Zukunft liegendes Portfeuille-Anlageergebnis stets dann erreicht wird, wenn die (gewichtete) Duration aller Portfeuille-Titel mit dem Anlagehorizont des Investors übereinstimmt. Es gilt also:

$$D(A_1 - A_n) = T,$$

wobei D = Duration

$A_1 - A_n$  = Anlagen 1 bis n im Portfeuille;  
T = Planhorizont des Anlegers, bzw. Zeitpunkt, an dem dieser sein Anlageergebnis realisieren möchte.

Das einfachste Beispiel hierfür ist die Kapitalanlage in einen Zerobond mit n Jahren Laufzeit bei einer geplanten Anlagedauer von ebenfalls n Jahren. Da bezogen auf den Anlagehorizont weder ein Kursrisiko noch ein Wiederanlagerisiko vorliegen kann – der Zerobond erbringt keine laufenden Zinszahlungen und ist genau im Zeitpunkt n fällig –, wird das

Anlageziel sicher erreicht. Wollten Investoren jedoch stets die obengenannte Immunsierungsbedingung durch den Kauf laufzeitadäquater Zerobonds erfüllen, so würde dies am Volumen und der Anzahl geeigneter Papiere scheitern und insbesondere die Berücksichtigung von Nebenbedingungen (bestimmte Emittenten, Währungen etc.) unmöglich machen.

In Verallgemeinerung der obigen Immunsierungsregel stellt man daher ein Portfeuille aus Renten mit unterschiedlicher Duration so zusammen, daß die durchschnittliche Kapitalbindung des Gesamtportfeuillees gerade mit dem Zeithorizont des Investors übereinstimmt. Bezogen auf eine einzelne Teilanlage besteht also durchaus ein Wiederanlage- oder ein Kursrisiko. Dieses bestimmt sich in Abhängigkeit davon, ob die Duration der Teilanlage kleiner oder größer als der Planhorizont ist. Bezogen auf das gesamte Portfeuille gleichen sich jedoch die durch Zinsänderung bewirkten Wiederanlage- und Kurseffekte aus, so daß das geplante Anlageziel sicher erreicht wird.

Es gilt also:

*Summe der höheren (niedrigeren) Wiederanlageerträge der vor dem Planhorizont zufließenden Zins- und Tilgungszahlungen = Summe der Kursverluste (Kursgewinne) aus dem Verkauf der im Planhorizont noch nicht endfälligen Wertpapiere*

Gegenüber der zunächst dargestellten Vorgehensweise, bei der die Immunsierungsbedingung für jede Einzelanlage erfüllt werden mußte, erbringt der Portfeuilleansatz den Vorteil, daß eine große Anzahl von Wertpapieren unterschiedlichster Zins- und Laufzeitklassen zur Verfügung steht, aus denen – auch unter Beachtung des Renditeziels sowie sonstiger individueller Präferenzen des

**Tabelle 1: Zur Anlage verfügbare Wertpapiere I bis V**

	t0 Beginn 1991	t1 1991	t2 1992	t3 1993	t4 1994	t5 1995
I:	102,7	-	-	-	-	155
II:	95,0	7	7	7	7	107
III:	102,0	9	9	109		
IV:	100	108				
V:	100	8	108			

**Tabelle 2: Zahlungsströme bei einem Anlagebetrag von zehn Millionen DM (Angaben in Tausend DM)**

	t0 Beginn 1991	t1 1991	t2 1992	t3 1993	t4 1994	t5 1995
I:	10 000	-	-	-	-	15 092,5
II:	10 000	736,8	736,8	736,8	736,8	11 263,1
III:	10 000	882,3	882,3	10 686		
IV:	10 000	10 800				
V:	10 000	800	10 800			

Investors – entsprechende Papiere ausgewählt werden können.

Bei diesem Vorgehen ist es erforderlich, die Durationen aller im Portefeuille vorhandenen Wertpapierarten zu bestimmen. Die Einzeldurationen sind dann gemäß ihrem prozentualen Anteil am Gesamtwert des Portefeuilles zu gewichten. Die Summe der gewichteten Einzeldurationen muß schließlich der gewünschten Anlagedauer entsprechen.

**Beispiel:**

Ein Investor plant, nach 2,8 Perioden seine Wertpapieranlage zu beenden. Um Kursrisiken auszuschalten, wählt er für sein Portefeuille die Kombination (a/b; mit  $b=1-a$ ) der am Markt erhältlichen Papiere A (Duration = 1,936) und B (Duration = 3,0) für die gilt:

$$\begin{aligned} & \text{Duration A} \cdot a \quad (= \text{Anteil Wertpapier A am Portefeuille}) \\ & + \text{Duration B} \cdot b \quad (= \text{Anteil Wertpapier B am Portefeuille}) \\ & = 2,8 \quad (\text{Anlagezeitraum}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Daraus folgt: } & 1,936 \cdot a + 3,0 \cdot (1-a) = 2,8 \\ & 1,936 \cdot a + 3,0 - 3,0 \cdot a = 2,8 \\ & -1,064 \cdot a = -0,2 \\ & a = 0,188; \quad b = 0,812. \end{aligned}$$

## Renditeüberlegungen

In der Praxis der Kapitalanlage lassen sich die vorstehend genannten Absicherungsbestrebungen nicht von Renditekalkülen des Investors trennen. Die Aufgabenstellung lautet dann: Ausgehend von vorliegenden Anlagealternativen Erstellung – des renditestärksten Portefeuilles unter der Nebenbedingung der Zinsimmunität bei gegebenem Anlagehorizont. Folglich werden unterschiedliche Portefeuillekombinationen mit der gewünschten Duration auf die erzielbare Gesamtrendite hin durchgerechnet.

Daß dies nicht sonderlich aufwendig ist, zumal sowohl die Ermittlung der Portefeuilleduration als auch der erzielbaren Gesamtrendite mit einem PC durch-

föhrbar sind, soll an nachfolgendem Beispiel dargestellt werden.

**Beispiel:**

Ein Anleger kann zu Beginn des Jahres 1991 über einen Betrag von zehn Millionen DM disponieren. Er beabsichtigt, diesen Betrag in börsenfähigen festverzinslichen Wertpapieren anzulegen. Der augenblickliche Kapitalmarktzins beträgt acht Prozent und stimmt mit dem Kalkulationszins des Anlegers überein.

Als Anlageberater sollen Sie den Betrag so verwenden, daß nach Ablauf des Planhorizontes von drei Jahren (Ende 1993) ein bei heutigen Marktkonditionen erreichbarer Anlageendwert abgesichert wird. Dieser Endwert soll also unabhängig von Zinsänderungen sein. Unter mehreren zinsstabilen Portefeuille-mischungen soll diejenige mit dem größten Endwert ausgewählt werden. Es stehen die Wertpapieranlagen I bis V zur Verfügung. Die sich aus dem Kaufkurs, der Nominalverzinsung und der Tilgung pro Wertpapier ergebenden Ein- und Auszahlungen sind in Tabelle 1 angegeben:

Auf den verfügbaren Anlagebetrag von zehn Millionen DM bezogen, ergeben sich die Zahlungsreihen in Tabelle 2. Um die geeignete Portefeuille-mischung berechnen zu können, ist es zunächst erforderlich, die Duration der Alternativen zu bestimmen. Die einzelnen Rechenschritte finden sich in den Tabellen 3 und 4.

Im nächsten Schritt ist zu überlegen, mit welchen Wertpapiermischungen Sie eine Portefuilleduration von drei Jahren erzielen können. Dies ist grundsätzlich nur dadurch möglich, daß Wertpapiere mit einer Duration von unter drei Jahren (Papiere III, IV, V) entsprechend mit Anlagen gemischt werden, deren Duration über drei Jahre beträgt (Papiere I, II). Somit sind alle anderen Kombinationsmöglichkeiten, die diese Bedingung nicht erfüllen bereits entfallen und müssen nicht weiter verfolgt werden.

Für die Mischung der Einzelanlagen zu einem Portefeuille mit einer durchschnittlichen Duration von drei Jahren gibt es prinzipiell unendlich viele Möglichkeiten, da unterschiedlich viele der fünf Alternativen mit verschiedensten relativen Gewichten so zusammengestellt werden können, daß die gewünschte Portefuilleduration erreicht wird.

Die Portfeuillestruktur soll jedoch zugleich den höchstmöglichen Anlageertrag erzielen. Zur Bestimmung des renditestärksten Portfeuillees wird das Kriterium „Interner Zinsfuß“ herangezogen. Dies ist möglich, da der Kapitalbindungsbetrag der Finanzanlage mit zehn Millionen DM unabhängig von der gewählten Alternative ist, und somit die Voraussetzung für die Vergleichbarkeit der Ergebnisse nach dem Interne-Zinsfuß-Kriterium vorliegt. Ihre Aufgabe als Anlageberater stellt sich somit als Maximierungskalkül unter Nebenbedingungen dar, wobei gilt:

Zielfunktion: Durchschnittsrendite des Portfeuillees = max !

Nebenbedingung: Duration des Portfeuillees = drei Jahre.

Zunächst müssen daher noch die Renditen der fünf Anlagealternativen festgestellt werden. Wahrscheinlich liegen Ihnen die Angaben über den Internen Zinsfuß der Papiere bereits vor, oder Sie können diese über eine PC-Routine bestimmen lassen\*\*). Es ergibt sich die in Tabelle 5 dokumentierte Aufstellung der Alternativen.

## Sinnvolle Kombinationen

Sinnvolle Lösungskombinationen stellen (wie oben ausgeführt) jeweils nur die Mischungen von Anlagen mit einer Duration von unter drei Jahren mit Wertpapieren einer Duration von über drei Jahren dar. Um die optimale Portfeuillestruktur zu ermitteln, könnte folglich eine Kombination der Anlagen III, IV und V mit den Anlagen I und II durchgeführt und die Mischung mit der höchsten Durchschnittsrendite ausgewählt werden.

Durch eine einfache Überlegung läßt sich jedoch vorab die Anlage V aus dem Alternativenraum ausschließen. Aufgrund der Tatsache, daß die übrigen Wertpapiere mit längerer Laufzeit eine höhere Rendite erbringen – was im übrigen auch der auf den Kapitalmärkten üblichen Situation einer „normalen Zinsstruktur“ entspricht – werden Sie die Anlagen I und II stets lieber mit Anlage IV als mit Anlage V mischen, da Anlage IV bei gleicher Rentabilität die Duration des Gesamtportfeuillees stärker senkt. Folglich kann ein höherer Anteil der renditestarken Pa-

**Tabelle 3: Ermittlung der Duration I**

Papier	Periode	Zahlung	Abzinsungsfaktor*	Barwert Zahlung	Barwert *Periode
I	5	15 092,5	0,6805	10 270,4	51 352,0
II	1	736,8	0,9259	682,2	682,2
	2	736,8	0,8573	631,6	1 263,2
	3	736,8	0,7938	584,8	1 754,4
	4	736,8	0,7350	541,5	2 166,0
	5	112,631	0,6805	7 664,5	38 322,5
III	1	882,3	0,9259	816,9	816,9
	2	882,3	0,8573	756,3	1 512,6
	3	10 686,0	0,7938	8 482,5	25 447,5
IV	1	10 800	0,9259	9 999,7	9 999,7
V	1	800	0,9259	740,7	740,7
	2	10 800	0,8573	9 258,8	18 517,6

**Tabelle 4: Ermittlung der Duration II**

Duration = (Summe gewichtete Barwerte) / (Summe Barwerte)	
Duration I	= 51 352,0 / 10 270,4 = 5
Duration II	= 44 188,3 / 10 104,6 = 4,37
Duration III	= 27 777,0 / 10 055,7 = 2,76
Duration IV	= 9 999,7 / 9 999,7 = 1
Duration V	= 19 258,4 / 9 999,5 = 1,92

papier I und II in das Portfeuille aufgenommen werden. Das renditeoptimale Portfeuille kann daher die Anlage V nicht enthalten.

Außerdem ist es aufgrund der Linearität der Zielfunktion ausgeschlossen, daß das renditeoptimale Portfeuille mehr als zwei Wertpapiere enthält. Folglich müssen lediglich die Kombinationen der Anlagen I oder II einerseits mit den Anlagen III oder IV andererseits auf die erzielbare Durchschnittsrendite hin überprüft werden. Dies soll am Beispiel der Kombination der Wertpapiere I und III exemplarisch dargestellt werden.

Zunächst sind hierfür die relativen Anteile der Einzelanlagen zu ermitteln, um die gewichtete Kapitalbindungsdauer von drei Jahren zu gewährleisten. Hierzu wird der Portfeuilleanteil von Wertpapieranlage I als  $a$  und der entsprechende Anteil für Papier III als  $b = (1 - a)$  gesetzt. Es ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 a \cdot 5 + (1 - a) \cdot 2,76 &= 3 \\
 5a + 2,76 - 2,76a &= 3 \\
 2,24a &= 0,24 \\
 a &= 0,1071 \\
 b = 1 - a &= 0,8929
 \end{aligned}$$

Die Mischung muß also zu 10,71 Prozent aus Anlage I und zu 89,29 Prozent aus Anlage II bestehen, um die Nebenbedingung der dreijährigen Duration einzuhalten.

Nun kann die gewogene Rendite  $r_g$  des im obigen Verhältnis zusammengestellten Portfeuillees ermittelt werden.

$$\begin{aligned}
 r_g &= 0,1071 \cdot 8,59 \% + 0,8929 \cdot 8,22 \% \\
 r_g &= 0,92 \% + 7,34 \% = 8,26 \%
 \end{aligned}$$

In identischer Weise werden die relativen Gewichte der Einzelanlagen sowie die sich hieraus ergebende Durchschnittsrenditen auch für die drei übrigen Kombinationsmöglichkeiten ermittelt, woraus folgende Ergebnisse resultieren:

## Vorgehen bei der Zinsimmunsierung eines Rentenportefeuilles und gleichzeitiger Renditeoptimierung

- \* Der Planhorizont des Investors ist zunächst zu klären.
- \* Eine Vorauswahl der als geeignet erscheinenden Wertpapieralternativen ist anschließend vorzunehmen (Gläubiger, Bonität, Währungen, steuerliche Gesichtspunkte, etc.).
- \* Die Duration der einzelnen Alternativen wird errechnet.
- \* Die interne Rendite der Alternativen ist zu bestimmen.
- \* Alle Alternativen mit einer Duration, die größer ist als die Dauer des Planhorizontes sind in eine erste, die übrigen Papiere in eine zweite Teilgruppe einzuordnen.

Die renditemaximale Lösung kann nur aus zwei Wertpapieren bestehen, von denen jeweils eines aus einer der genannten Teilgruppen herrührt.

- \* Alternativen, die ein offensichtlich ungünstiges Rendite-Duration-Verhältnis besitzen, können aussortiert werden.
- \* Die optimale Portfeuillezusammensetzung zwischen den verbleibenden Wertpapieren kann nun durch Probieren ermittelt werden. Hierzu wird in einem ersten Schritt der relative Anteil der beteiligten Wertpapiere ermittelt. Multipliziert man weiter die Wertpapieranteile mit der jeweiligen internen Rendite und addiert die Produkte, so ermittelt sich die gewogene Durchschnittsrendite des entsprechenden Portfeuillees. Dies wird für alle Kombinationen durchgeführt und schließlich die Kombination mit der höchsten Rendite gewählt.

Kombination aus den Anlagen I und IV:  
 Relatives Gewicht von I: 0,5; relatives Gewicht von IV: 0,5  
 Erzielbare Durchschnittsrendite: 8,295 %

Relatives Gewicht von II: 0,593; relatives Gewicht von IV: 0,407  
 Erzielbare Durchschnittsrendite: 8,18 %

Kombination aus den Anlagen II und III:  
 Relatives Gewicht von II: 0,1491; relatives Gewicht von III: 0,8509  
 Erzielbare Durchschnittsrendite: 8,23 %  
 Kombination aus den Anlagen II und IV:

**Ergebnis:**  
 Durch Kombination der Anlagen I und IV erzielen Sie das renditestärkste Portfeuille, welches die Nebenbedingung der Zinsimmunität bei einem Anlagehorizont von drei Jahren erfüllt.

**Tabelle 5: Duration und Interner Zinsfuß der Alternativen**

Anlagealternative	Duration	Interne Rendite
I	5 Jahre	8,59 %
II	4,37 Jahre	8,30 %
III	2,76 Jahre	8,22 %
IV	2 Jahre	8,0 %
V	1 Jahr	8,0 %

## Keine vollständige Zinsimmunsierung

Eine vollständige Zinsimmunsierung mit der oben beschriebenen Technik ist unter realen Bedingungen kaum möglich – allerdings in den meisten Fällen auch nicht nötig. Um ein hundertprozentiges Zinshedging durchzuführen, mußte nämlich in sehr kurzen Intervallen eine Überprüfung der Portfeuilleeduration und ihre Anpassung an den Planhorizont des Investors erfolgen. Ein wesentlicher Grund hierfür liegt in der Tatsache, daß die Duration sich im Zeitablauf nicht parallel zur sinkenden Restlaufzeit mindert. Beispielsweise steigt die Duration einer Kuponanleihe direkt nach der Zinszahlung wieder an, da diese nicht mehr in das gewogene Mittel der ausstehenden Zahlungen eingeht. Folglich wäre für eine vollkommene Absicherung der Position auch eine ständige Umstrukturierung des Wertpapierbestandes erforderlich, die erhebliche Transaktionskosten verursacht. Zudem kann eine vollkommene Wertabsicherung durch zufällige Marktungleichgewichte oder systematische Verzerrungen der Bewertung von Rententpapieren wie beispielsweise den Kupon-effekt oder den Zinsstrukturkurveneffekt erschwert werden.

Schließlich ist nachteilig, daß die Genauigkeit der Schätzung zinsinduzierter Wertänderungen auf Basis von Elastizitäten mit wachsender Stärke der Zinsvariation sinkt, da das Elastizitätsmaß lediglich eine punktuell exakte Größe darstellt. Bei der praktischen Anwendung von Finanzanlagestrategien kommt es jedoch meist nicht auf ein vollständiges Hedging von zinsinduzierten Risiken an. Vielmehr reicht eine weitgehende Absicherung (= unvollkommenes Hedging) aus. Duration und Zinselastizität sind so trotz der aufgezeigten Schwächen als insgesamt robuste und leicht handhabbare Instrumente zur Abschätzung von Zinsänderungsrisiken zu bewerten.

\*) Die Abzinsungswerte sind aus einer finanzmathematischen Tabelle entnommen (vgl. Veit/Walz/Gramlich 1990, S. 309–312).

\*\*) Zur Berechnung von Internen Renditen sei auf das Buch von Veit/Walz/Gramlich verwiesen.